

Consignes

Durée : 2h - Sans documents - Calculatrice autorisée

Toujours indiquer les unités de vos résultats

Préciser en couleurs les forces sur vos tracés graphiques

Exercice 1 (5 pts)

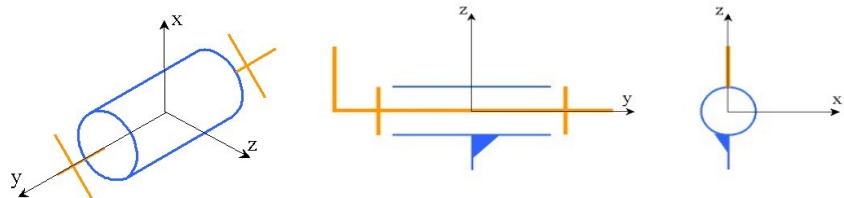
Soit un solide « 0 » auquel est associé un repère $R_0 (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et un solide « 1 » auquel est associé un repère $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

Pour chaque liaison décrite ci dessous,

- écrire le torseur des efforts transmis par la liaison en projection dans le repère R_0
- dessiner la liaison en vue isométrique (3D)
- dessiner la liaison en projection dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$
- dessiner la liaison en projection dans le plan $(O, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$

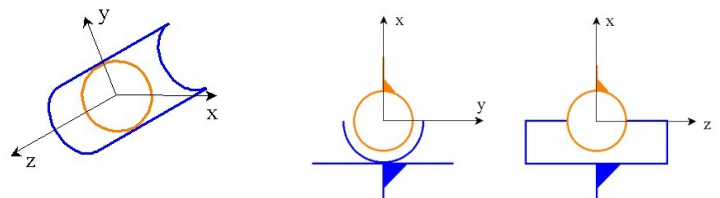
Liaison n° 1 : liaison pivot de centre O et d'axe \vec{y}_0 (note : dans ce cas $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$)

$$[T(0 \rightarrow 1)] = \begin{matrix} \begin{bmatrix} X_0 & L_0 \\ Y_0 & 0 \\ Z_0 & N_0 \end{bmatrix} \\ O \end{matrix}$$



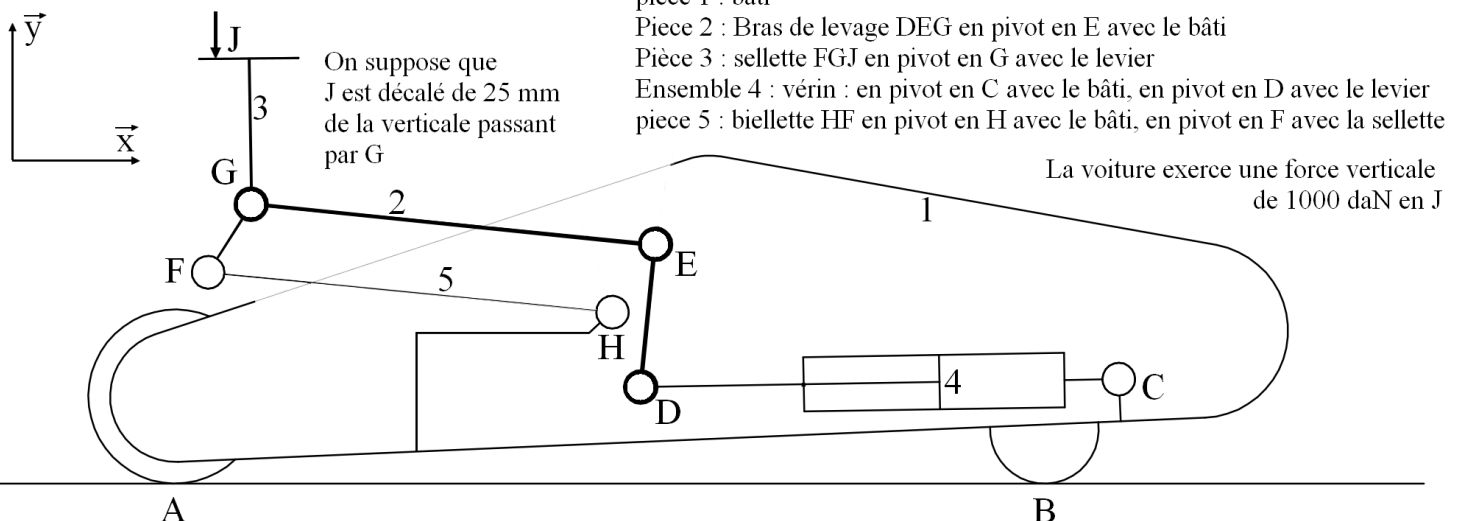
Liaison n° 2 : liaison linéaire annulaire de centre O et d'axe \vec{z}_0 (note : dans ce cas $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$)

$$[T(0 \rightarrow 1)] = \begin{matrix} \begin{bmatrix} X_0 & 0 \\ Y_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ O \end{matrix}$$



Exercice 2 : statique graphique (10 pts)

Soit le cric hydraulique de voiture décrit ci dessous, ainsi que sur le DR1



L'objet de l'étude est de calculer, pour cette position particulière du cric, la pression hydraulique exercée dans le vérin lorsque le cric exerce sur le véhicule une force de levage de 1000 daN (soit l'équivalent d'une tonne).

Questions :

1 Effectuer la résolution graphique du PFS en remplissant les tableaux en page 3/4 et le DR1 : (tolérance de $\pm 5\%$ sur les résultats graphiques relativement aux résultats obtenus par tracés numériques)

- Vous indiquerez les directions par celle d'un bipoint (si la direction est parallèle à AB, indiquez « AB ») et les sens par des flèches sans mesurer des angles.
- Vous complétez **en NOIR** les données relevées sur le sujet en faisant le **BAME** (bilan des actions mécaniques extérieures)
- Vous complétez **en VERT** les données déduites de l'application du **PFS** (principe fondamental de la statique)
- Vous complétez **en BLEU** les données déduites de l'application du **PAM** (principe des actions mutuelles)

Isoler 5 Que peut on dire de $\overrightarrow{F(3 \rightarrow 5)}$

Force de qui sur qui	Point	direction	sens	intensité (daN)
1 sur 5	H	HF	←	797 daN
3 sur 5	F	HF	→	797 daN

Isoler 3 – En déduire $\overrightarrow{F(5 \rightarrow 3)}$ et $\overrightarrow{F(2 \rightarrow 3)}$

Force de qui sur qui	Point	direction	sens	intensité (daN)
5 sur 3	F	HF	←	797 daN
Voiture sur 3	J		↓	1000 daN
2 sur 3	G	GM (M : intersection de HF et de la verticale passant par J)	↗	1242 daN

En appliquant le principe des actions mutuelles, complétez alors le premier tableau

Isoler {4} – Que peut on dire de $\overrightarrow{F(1 \rightarrow 4)}$ et $\overrightarrow{F(2 \rightarrow 4)}$

Force de qui sur qui	Point	direction	sens	intensité (daN)
1 sur 4	C	DC	←	2905 daN
2 sur 4	D	DC	→	2905 daN

Le vérin travaille en poussant

Isoler 2 – En déduire $F(4 \rightarrow 2)$ et $F(1 \rightarrow 2)$

Force de qui sur qui	Point	direction	sens	intensité (daN)
4 sur 2	D	DC	←	2905 daN
3 sur 2	G	GM	↙	1242 daN
1 sur 2	E	EN (N : intersection de GM et de DC)	↗	3807 daN

En appliquant le principe des actions mutuelles, complétez alors les données manquantes

Quelle est alors la pression dans le vérin ? (en bar) (Rappel : 1 bar = 1 daN/cm² = 0,1 N/mm²). Diamètre de vérin 60 mm, diamètre de tige 30 mm

Le vérin travaille en poussant. Forces en daN, dimensions en cm :
$$P = \frac{F}{S} = \frac{2905}{\frac{\pi \cdot 6^2}{4}} = 102,74 \text{ bar}$$

Exercice 3 Statique analytique 5 pts

On souhaite déterminer les efforts en A et en B, et ce, quelle que soit la position du cric. Nous allons donc paramétrer le système pour faire le calcul de manière littérale.

On suppose que le poids du véhicule en J est $\vec{P} = -p \vec{y}$

On suppose que le vecteur $\vec{AJ} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y})}$, que le vecteur $\vec{AB} = \begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y})}$

1 Liaisons

1. Quel est le nom de la liaison sol/cric en A ? : **Ponctuelle** (linéaire rectiligne avec un moment suivant x admis)
2. Exprimer le torseur des actions mécaniques transmis par le sol sur le cric au point A en projection

dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
$$[A(0 \rightarrow 1)]_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Quel est le nom de la liaison sol/cric en B ? : **Ponctuelle** (linéaire rectiligne avec un moment suivant x admis)

Il s'agit d'un contact de la roue (cylindre) sur le sol (plan). La symétrie du problème fait qu'il est supposé plan (plan xy)

4. Exprimer le torseur des actions mécaniques transmis par le sol sur le cric au point B en projection

dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
$$[B(0 \rightarrow 1)]_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2 PFS

1. Exprimer le torseur des actions mécaniques exercées par le véhicule sur le cric au point J en

projection dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
$$[T(\text{voiture} \rightarrow 3)]_J = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (\text{daN} ; \text{daN} \cdot \text{m})$$

Isoler le cric en entier.

2. Ramener tous les torseurs au point A

$$[B(0 \rightarrow 1)] = \underset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & L Y_B \end{bmatrix}} ; [T(\text{voiture} \rightarrow 3)] = \underset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \\ 0 & -m \cdot g \cdot a \end{bmatrix}} \quad (\text{daN}; \text{daN} \cdot \text{m})$$

3. Résoudre le PFS, en considérant connues les valeurs de p, a, b et L, pour déterminer les torseurs des efforts extérieurs aux points A et B.

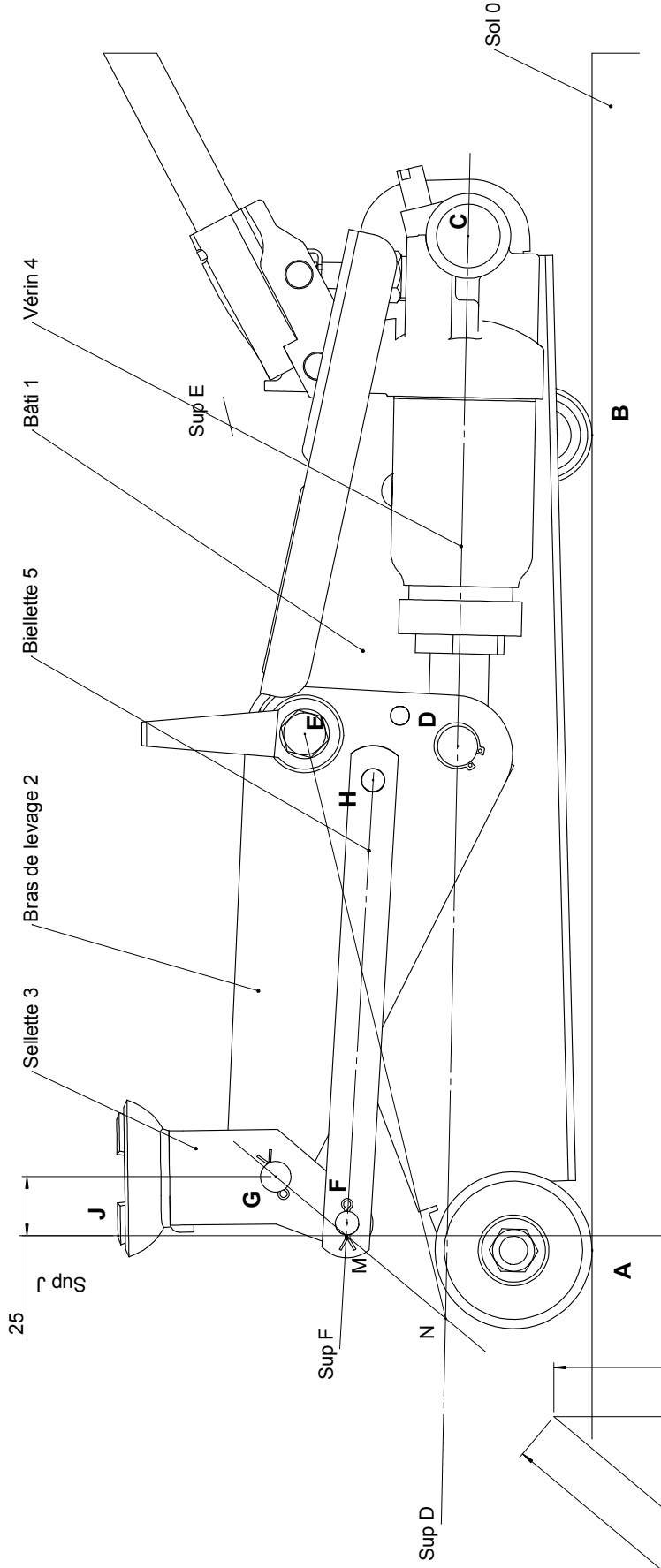
PFS Note : le problème est plan, on n'écrira que la somme des forces suivant x, suivant y et que la somme des moments suivant z ramenés en A. La somme des forces suivant l'axe horizontal ne nous donnera aucun résultat.

$$\begin{cases} \sum F_x & \left\{ \begin{array}{l} 0+0+0=0 \\ Y_A + Y_B - m \cdot g = 0 \end{array} \right. \\ \sum F_y & \\ \sum M_{/Az} & \left\{ \begin{array}{l} L Y_B - m \cdot g \cdot a = 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

l'équation de moments donne : $Y_B = m \cdot g \cdot \frac{a}{L}$

4. En remplaçant dans l'équation des forces suivant y cela donne : $Y_A = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right)$

$$\text{soit } [A(0 \rightarrow 1)] = \underset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} \quad \text{et} \quad [B(0 \rightarrow 1)] = \underset{B}{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{m \cdot g \cdot a}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}$$



Echelle :
1cm => 5 daN

