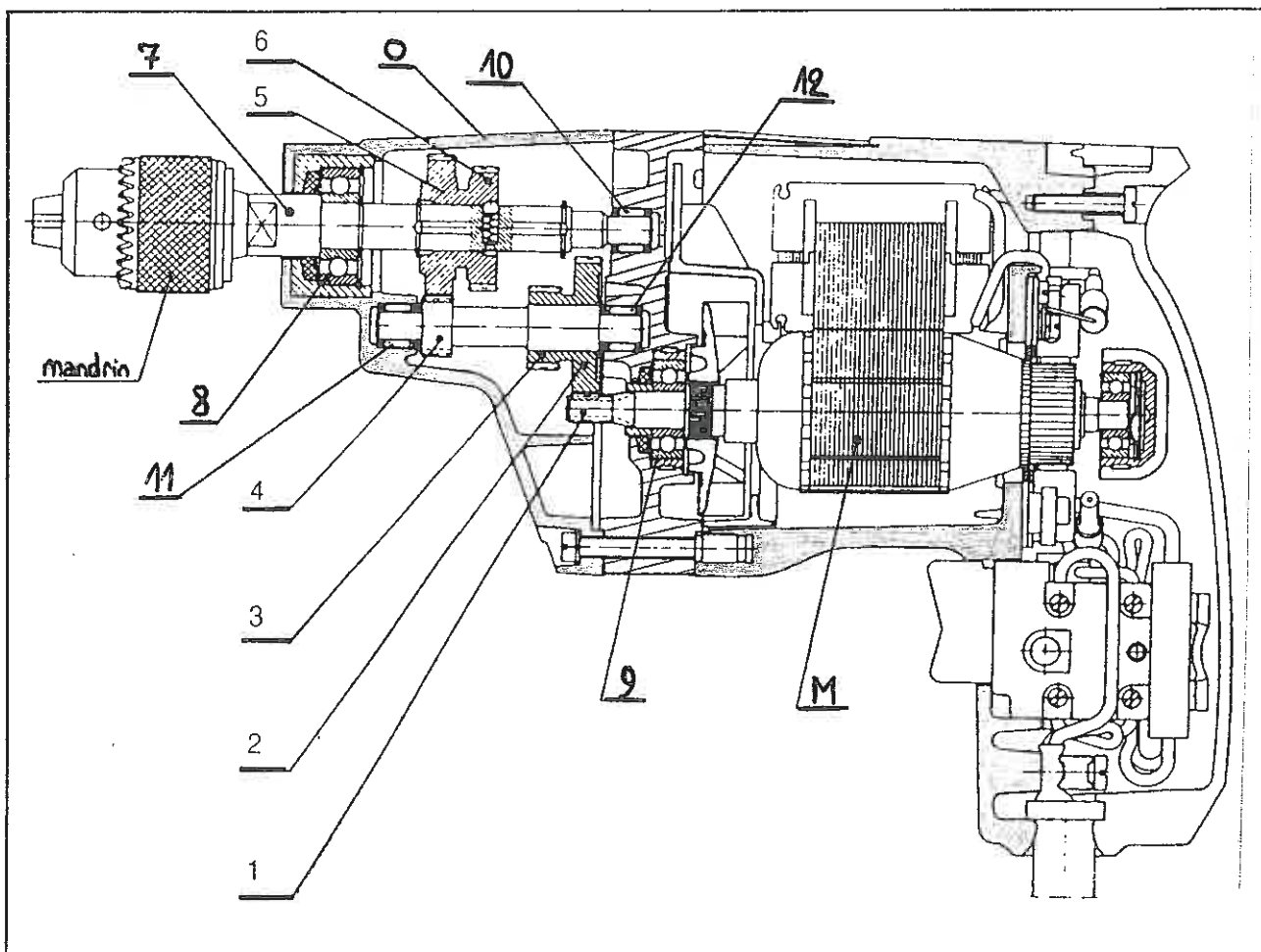


PERCEUSE PORTATIVE A DEUX VITESSES

Le dessin donné ci dessous représente, à échelle réduite une coupe transversale d'une perceuse à deux vitesses. Le moteur électrique repéré M délivre une puissance $P = 650 \text{ W}$ et délivre un couple maximal $C = 3 \text{ Nm}$ sur le pignon repéré 1. Ce pignon transmet le couple au pignon repéré 2 qui est en liaison complète avec l'arbre repéré 4 (montage par frettage : ajustement serré). Ce dernier transmet la puissance à l'arbre de sortie repéré 7, directement en liaison complète avec le mandrin, et ce par l'intermédiaire des pignons repérés 5 et 6. Deux vitesses de rotation du mandrin sont alors possibles :

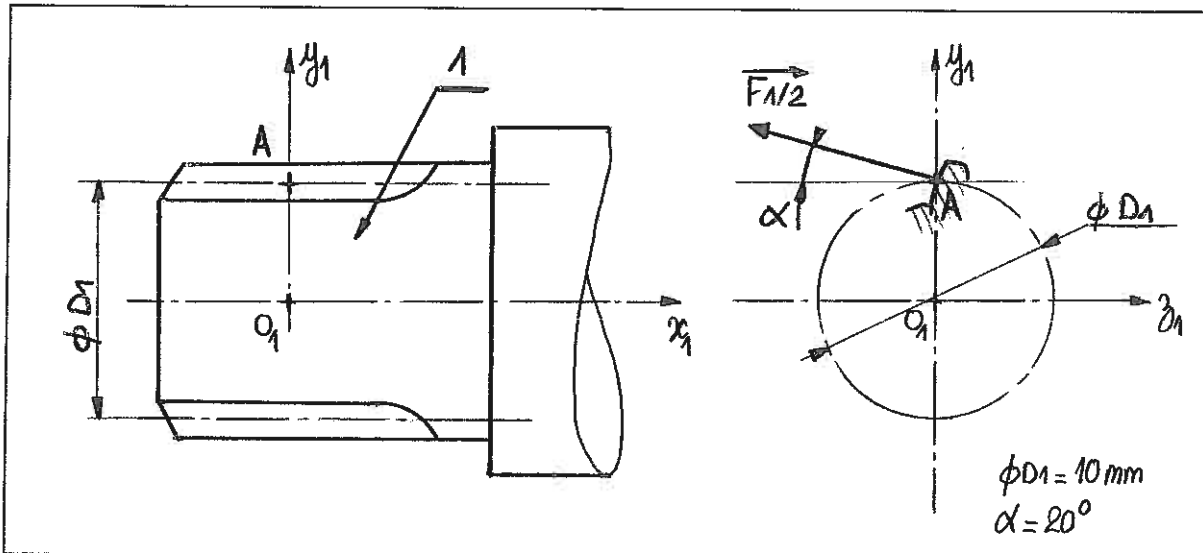
- ⇒ dans la configuration correspondant à celle du dessin, soit le pignon 5 déplacé à gauche de sorte à ce que celui-ci engrène avec le pignon 4 : première vitesse, la plus lente du mandrin, donc un couple sur le mandrin plus important ; cette configuration est utilisée pour le perçage de gros diamètres ;
- ⇒ dans l'autre configuration, soit le pignon 6 déplacé à droite de sorte à ce que celui-ci engrène avec le pignon 3 : deuxième vitesse, la plus rapide du mandrin, donc un couple sur le mandrin plus faible ; cette configuration est utilisée pour le perçage de petits diamètres.



Dans le cadre de notre étude, nous étudierons le cas le plus défavorable en terme de sollicitation pour les différentes pièces constitutives, soit la configuration correspondant à la première vitesse, soit un couple de sortie le plus grand : cette configuration correspond à la figure précédente.

1. MODELISATION DES ACTIONS MECANQUES SUR LE PIGNON 1

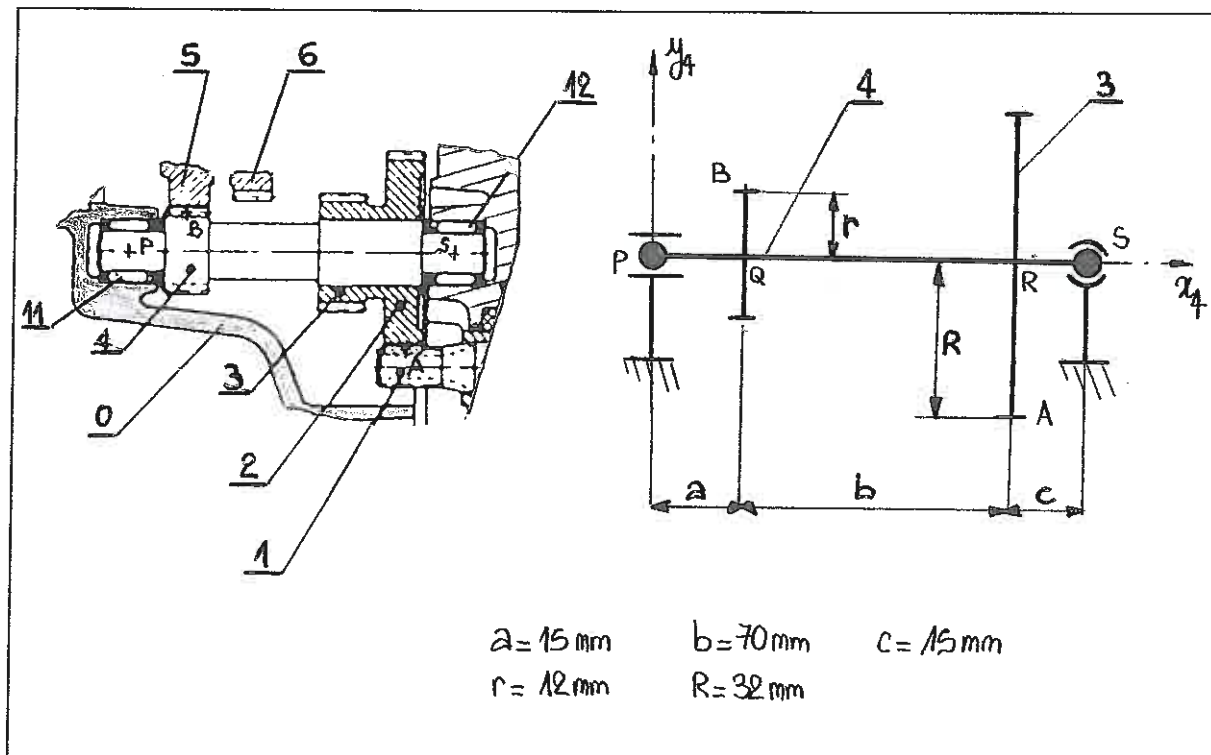
Le moteur délivre un couple $C = 3 \text{ Nm}$ sur l'arbre 1. Ce couple va être transmis au pignon 2 par l'intermédiaire du pignon 1. La géométrie du pignon 1, à denture droite, est telle que l'action mécanique transmise par le moteur, au point A soit la suivante :



Ecrire, au point A, le torseur des actions mécaniques de l'arbre 1 sur le pignon 2 en fonction de C . Effectuer ensuite l'application numérique.

2. ETUDE DE L'ARBRE INTERMEDIAIRE 4

Dans la configuration de la première vitesse, la modélisation de l'arbre 4 est la suivante :

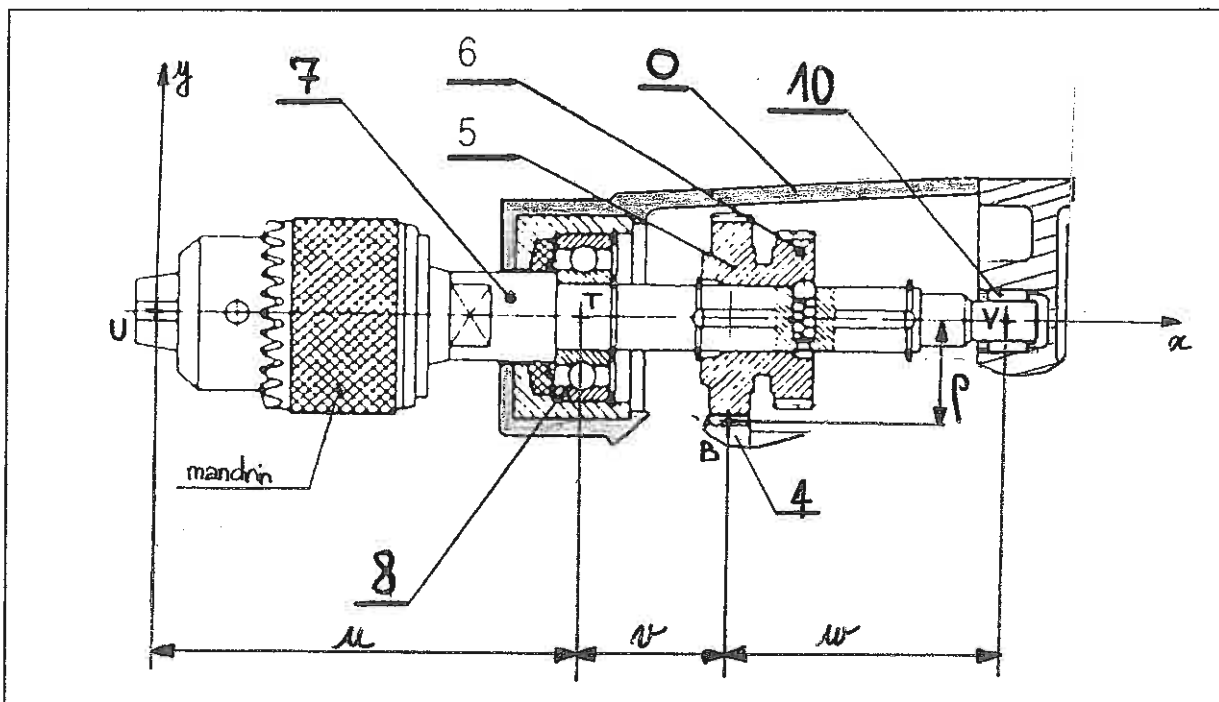


Le torseur des actions mécaniques exercées par le pignon 5 sur le pignon 4 est modélisé par le torseur suivant, exprimé au point B :

$$[T_{5/4}] \begin{matrix} | & 0 & 0 & | \\ & Y_B & 0 & | \\ B & | & Z_B & 0 & | \end{matrix} \quad \text{avec : } Y_B = -Z_B \cdot \tan\beta \quad \beta = 18^\circ$$

Calculer les actions mécaniques dans les roulements en S et en P.

3. ETUDE DE L'ARBRE DE SORTIE 7



3.1. Effectuer, en justifiant vos choix, la modélisation de l'arbre 7. On rappelle :

- ⇒ qu'un roulement rigide à une rangée de billes (tel que le roulement 8 ou 9) peut réaliser une liaison rotule ou linéaire annulaire ;
- ⇒ qu'un roulement à aiguilles (tel que le roulement 10) peut réaliser une liaison pivot ou pivot glissante.

3.2. Le foret lié au mandrin, exerce sur l'arbre 7 une action mécanique qui peut être modélisée par un torseur, exprimé au point U :

$$[T_{\text{foret}/7}] \begin{matrix} | & X_u & L_u & | \\ & 0 & 0 & | \\ U & | & 0 & 0 & | \end{matrix} \quad \text{avec : } X_u = 200 \text{ N}$$

Après avoir effectué le bilan des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur l'arbre 7 et après avoir fait les hypothèses nécessaires, que conclure sur la résolution du système ?

3.3. Pour des raisons liées à ses dimensions, le roulement à aiguille repéré 10 admet un rotulage selon les axes \vec{y} et \vec{z} . Compte tenu de ces hypothèses, effectuez un nouveau bilan et analysez si le système est résoluble.

3.4. Déterminer les actions mécaniques en U ainsi que dans les roulements 8 et 10. On effectuera ici un calcul analytique en fonction :

→ des caractéristiques géométriques : u, v, w, ρ, β ;

→ de la composante $Z_{4/5}$: les expressions des inconnues devront être fonction de $Z_{4/5}$.

On essaiera de simplifier au maximum les expressions en factorisant le plus possible.

3.5. Effectuer l'application numérique. On prendra :

$$u = 140 \text{ mm} \qquad \rho = 32 \text{ mm}$$

$$v = 50 \text{ mm} \qquad \beta = 18^\circ$$

$$w = 90 \text{ mm}$$

3.6. Quel est l'intérêt de placer en T un roulement rigide à une rangée de billes ? Pourquoi ne pas le placer en V ? Justifiez vos réponses.

3.7. On souhaite réduire les actions mécaniques s'exerçant dans le roulement 8. Proposez, en justifiant vos réponses, des solutions technologiques en modifiant le moins possible le montage.

1. Modélisation des actions mécaniques sur le pignon 1 (1pt)

$$\vec{F}_{12} = \bar{Y}_{12} \vec{y}_1 + \bar{Z}_{12} \vec{z}_1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \bar{Y}_{12} = F_{12} \sin \alpha \\ \bar{Z}_{12} = -F_{12} \cos \alpha \end{cases} \quad \text{ou} \quad \tan \alpha = -\frac{Y_{12}}{Z_{12}}$$

$$Y_{12} = -Z_{12} \tan \alpha.$$

$$Z_{12} = -\frac{2C}{D_1} \Rightarrow Y_{12} = +\frac{2C}{D_1} \tan \alpha$$

AN: $\alpha = 20^\circ$ $C = 3000 \text{ Nmm}$ $D_1 = 10 \text{ mm}$

$$Y_{12} = \frac{+2.3000 \tan 20}{10} = +218,38 \text{ N}$$

$$Z_{12} = \frac{-2.3000}{10} = -600 \text{ N}$$

$$[TF_{12}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} = +2C \tan \alpha / D_1 & 0 \\ -Z_{12} = -2C / D_1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Etude de l'arbre intermédiaire 4 (3pts)

On isole l'arbre 4 et on applique le principe fondamental de la statique à 4.

• Hypothèses : poids de 4 négligeable, liaisons parfaites.

• Bilan : $[TF_{12}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ +218A & 0 \\ -600 & 0 \end{bmatrix}$ $[TB_{54}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{bmatrix}$ avec $Y_B = -Z_B \tan \beta$

$[TP_{M4}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_P & 0 \\ Z_P & 0 \end{bmatrix}$ $[TS_{124}] \begin{bmatrix} X_S & 0 \\ Y_S & 0 \\ Z_S & 0 \end{bmatrix}$ (5 par le bilan)

• Résolution possible : 7 équations, 7 inconnues.

• Equations : PFS appliqué à 4, réduction des torseurs en S.

$$[TA_{12}] \begin{bmatrix} \vec{A}_{12} \\ \vec{M}_S = \vec{M}_A + \vec{S}A \wedge \vec{A}_{12} = \begin{vmatrix} -15 & \wedge & 0 \\ -32 & & +218A \\ 0 & & -600 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +19200 \\ -9000 \\ -3276 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$[TB_{54}] \begin{bmatrix} \vec{B}_{54} \\ \vec{M}_S = \vec{M}_B + \vec{S}B \wedge \vec{B}_{54} = \vec{0} + \begin{vmatrix} -85 & \wedge & 0 \\ 12 & & Y_B \\ 0 & & Z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 Z_B \\ 85 Z_B \\ -85 Y_B \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$[TP_{M4}] \begin{bmatrix} \vec{P}_{M4} \\ \vec{M}_S = \vec{M}_P + \vec{S}P \wedge \vec{P}_{M4} = \vec{0} + \begin{vmatrix} -100 & \wedge & 0 \\ 0 & & Y_P \\ 0 & & Z_P \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 100 Z_P \\ -100 Y_P \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad X_S = 0 \\ 2 \quad Y_S + Y_B + Y_P + 218,4 = 0 \\ 3 \quad Z_S + Z_B + Z_P - 600 = 0 \\ 4 \quad +19200 + 12 Z_B = 0 \\ 5 \quad -9000 + 85 Z_B + 100 Z_P = 0 \\ 6 \quad +3276 - 85 Y_B - 100 Y_P = 0 \end{array} \quad \text{et} \quad Y_B = -Z_B \tan 18$$

• Résolution : $1 \Rightarrow X_S = 0$

$4 \Rightarrow Z_B = \frac{-19200}{12}$ $Z_B = -1600 \text{ N}$ $0,5$ $7 \Rightarrow Y_B = +519,87 \text{ N}$

$5 \Rightarrow Z_P = \frac{1}{100} (+9000 - 85 \cdot Z_B)$ $Z_P = +1450 \text{ N}$ $0,5$

$3 \Rightarrow Z_S = +600 - Z_P - Z_B$ $Z_S = 750 \text{ N}$ $0,5$

$6 \Rightarrow Y_P = \frac{1}{100} (3276 - 85 Y_B)$ $Y_P = -409,13 \text{ N}$ $0,5$

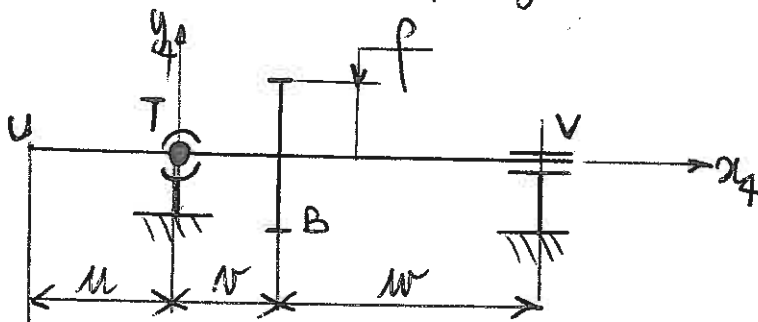
$2 \Rightarrow Y_S = -218,4 - Y_P - Y_B$ $Y_S = -329,14 \text{ N}$ $0,5$

3. Etude de l'arbre de carte 7

31. Modélisation (1 pt)

Rdt 8 : rotule car arrêts aux quatre butées de bagues.

Rdt 10 : pas d'arrêt axial \Rightarrow pivot glissant.



32. Bilan (1pt)

$[T_{\text{force}/7}] \begin{bmatrix} X_U & L_U \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $X_U = 200 \text{ N}$ $[T_{B_{45}}] = -[T_{B_{54}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -519,87 & 0 \\ B_L + 1600 & 0 \end{bmatrix}$

$[T_{T_{04}}] \begin{bmatrix} X_T & 0 \\ Y_T & 0 \\ T & 0 \end{bmatrix}$ $[T_{V_{07}}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_V & M_V \\ v & N_V \end{bmatrix}$

8 inconnues, 6 équations : le système est hyperstatique d'ordre 2.

33. Nouveau bilan (0,5 pts)

Rotage Rdt 10 $\Rightarrow M_V = N_V = 0 \Rightarrow$ 6 inc, 6 eqs \Rightarrow résolution possible

34. Résolution (4 pts)

On isole \vec{f} et on applique le PFS à \vec{f} .

Hypothèses : poids négligeable, liaisons parfaites.

• Bâton : $[T \vec{f}_T] \begin{bmatrix} 200 & LU \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [T \vec{B}_{45}] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{45} & 0 \\ Z_{45} & 0 \end{bmatrix}$ avec $Y_{45} = -Z_{45} \tan \beta$

$[T \vec{T}_A] \begin{bmatrix} X_T & 0 \\ Y_T & 0 \\ Z_T & 0 \end{bmatrix} \quad [T \vec{V}_A] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_V & 0 \\ Z_V & 0 \end{bmatrix}$ qs par le bâton

• Résolution : réduction des torseurs en T.

$[T \vec{f}_T] \begin{bmatrix} \vec{f}_T \\ \vec{M}_T \end{bmatrix} = \vec{M}_U + \vec{T}_U \wedge \vec{f}_T = \begin{vmatrix} LU \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -u \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 200 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} LU \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$[T \vec{B}_{45}] \begin{bmatrix} \vec{B}_{45} \\ \vec{M}_T \end{bmatrix} = \vec{M}_B + \vec{T}_B \wedge \vec{B}_{45} = \vec{0} + \begin{vmatrix} N \\ -p \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{45} \\ Z_{45} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p Z_{45} \\ -N Z_{45} \\ N Y_{45} \end{vmatrix}$ 0,5 pt + 108ms

$[T \vec{V}_A] \begin{bmatrix} \vec{V}_A \\ \vec{M}_T \end{bmatrix} = \vec{M}_V + \vec{T}_V \wedge \vec{V}_A = \vec{0} + \begin{vmatrix} N+w \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_V \\ Z_V \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -(N+w)Z_V \\ (N+w)Y_V \end{vmatrix}$

- 1 $200 + X_T = 0$
- 2 $Y_T + Y_{45} + Y_V = 0$
- 3 $Z_T + Z_{45} + Z_V = 0$
- 4 $LU - p Z_{45} = 0$
- 5 $-N Z_{45} - (N+w) Z_V = 0$
- 6 $N Y_{45} + (N+w) Y_V = 0$

7 $Y_{45} = -Z_{45} \tan \beta = -0,325 Z_{45}$

1 $\Rightarrow X_T = -200 N$

4 $\Rightarrow LU = p Z_{45}$ qs = 32 Z₄₅

5 $\Rightarrow Z_V = \frac{-N}{N+w} Z_{45}$ qs
 $= -0,357 Z_{45}$

3 $\Rightarrow Z_T = -Z_{45} - Z_V = \left(\frac{N}{N+w} - 1 \right) Z_{45}$

$Z_T = \frac{-N}{N+w} Z_{45}$ qs = -0,643 Z₄₅

6 $\Rightarrow Y_V = \frac{N}{N+w} (-Z_{45} \tan \beta)$

2 $\Rightarrow Y_T = -Y_{45} - Y_V = Z_{45} \tan \beta - \frac{N \tan \beta}{N+w} Z_{45}$

$Y_V = \frac{N \tan \beta}{N+w} Z_{45}$ qs
 $= 0,116 Z_{45}$

$Y_T = \frac{w \tan \beta}{N+w} Z_{45}$ qs = 0,209 Z₄₅

35. Application numérique (0,5 pt)

$AN: n = 140 \text{ mm} \quad N = 50 \text{ mm} \quad w = 90 \text{ mm} \quad p = 32 \text{ mm} \quad \beta = 18^\circ \quad Z_{45} = -1600 \text{ N}$

$$X_T = -200 \text{ N}$$

$$Z_V = -571,43 \text{ N}$$

$$Z_T = -1028,6 \text{ N}$$

$$L_U = 51200 \text{ Nmm}$$

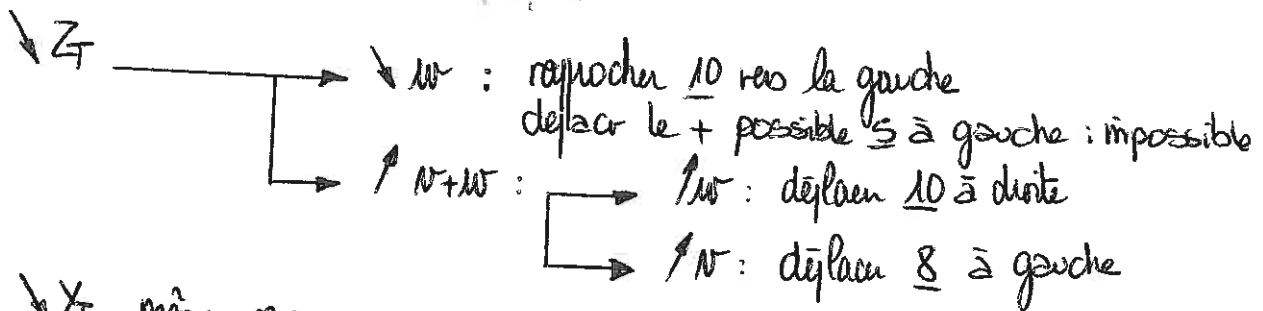
$$Y_V = 185,7 \text{ N}$$

$$Y_T = 334,2 \text{ N}$$

36. Placement du rlt en T (0,5 pt)

Par encaisser les efforts axiaux. Il ne vaut mieux pas le placer en V car sinon l'arbre serait sollicité en compression (flambage) sur toute sa longueur.

37. Réduction des actions en T (1,5 pt)



X_T même remarques

\Rightarrow solution retenue: on pourrait déplacer complètement 8 vers la gauche mais il faudrait faire attention à la flexion de l'arbre.