

Devoir surveillé de mécanique

Durée 2h00

Calculatrice fournies par l'IUT autorisée - Sans documents

Le candidat est invité à formuler toutes hypothèses qui lui sembleraient nécessaires pour pouvoir répondre aux questions posées.

Étude d'un convoyeur gravitaire de grumes

1 Présentation du système

1.1 Contexte

Le parc à grumes schématisé sur les figures 1 et 2 est installé dans une scierie de bois.

Ce système permet de trier les troncs (grumes) d'arbre en différentes catégories en fonction de leurs longueurs.

1.2 Description du fonctionnement :

Les troncs (grumes) étant chargés dans la goulotte, le moto-réducteur M_0 permet de faire tourner l'axe à griffe d'un quart de tour afin de laisser tomber un seul tronc sur le tapis 1 qui entraîne le tronc jusqu'au tapis 2. Les troncs passent un à un dans le champ de la photo-cellule grâce à laquelle on mesure le temps d'obturation qui détermine leurs longueurs. Le tronc est alors centré dans l'axe de l'éjecteur qui pousse le tronc sur le tapis 3 qui dépose le tronc dans le bac adéquat en fonction de sa longueur. Le bac est positionné par l'intermédiaire du tapis 4.

1.3 Objet de l'étude

L'objet de l'étude est de déterminer la vitesse de chute de la première grume contre l'axe à griffes pour dimensionner celui-ci en terme de résistance mécanique

Par souci de simplification les grumes seront assimilées à des cylindres de longueur L et de rayon R , de masse volumique ρ roulant sans glisser sur le convoyeur gravitaire. Elles s'empilent les unes contre les autres et sont prises une à une par l'axe à griffe. Le cas d'étude proposé est la chute de la première grume dans la goulotte d'arrivée contre les griffes lorsque le convoyeur est initialement vide.

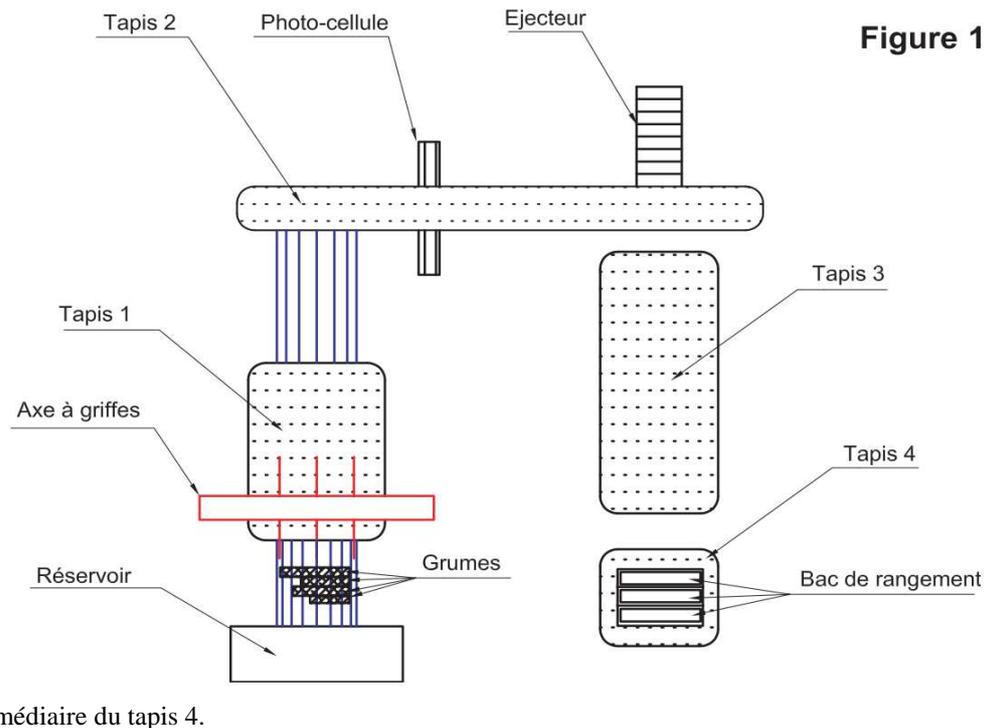


Figure 1

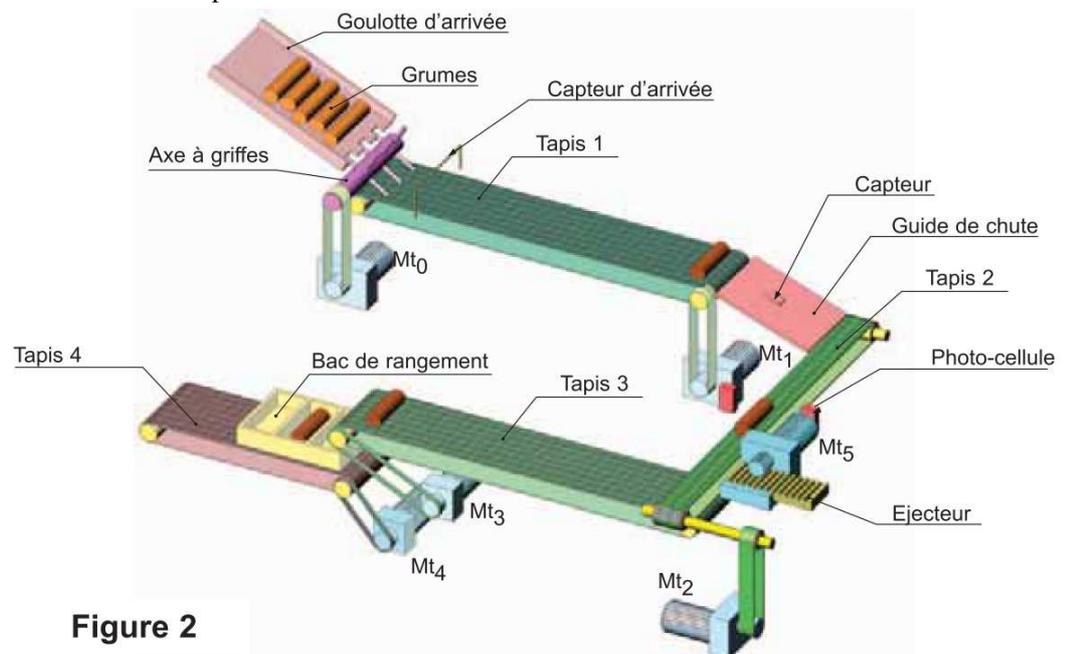
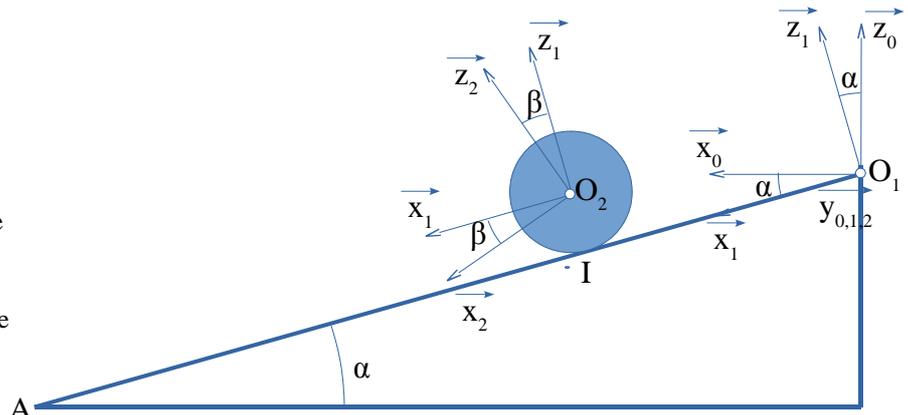


Figure 2

2 Données

Le schéma de principe du convoyeur, appelé « goulotte d'arrivée » sur le schéma de l'installation en page précédente est le suivant :

- Le plan incliné « 1 » fait un angle α , fixe, avec l'horizontale repérée par \vec{x}_0 . Il est fixe par rapport au galiléen. Le référentiel $R_1: (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lui est associé
- La grume « 2 » est assimilée à un cylindre de rayon R , de longueur L et de masse volumique ρ .
- La grume est posée sans vitesse initiale par la grue au point O_1 , de façon à ce que l'axe de la grume soit parallèle à l'axe \vec{y} du schéma.
- La grume est supposée rouler sans glisser au point I , tout au long de sa course entre O_1 et A en restant parallèle à l'axe \vec{y} .
- La résistance au roulement de la grume sur la goulotte est négligeable.
- le problème peut être traité dans le plan (O, \vec{z}, \vec{x}) . Données littérales : $\vec{O}_1\vec{A} = d\vec{x}_1$; $\vec{O}_1\vec{O}_2 = x(t)\vec{x}_1 + R\vec{z}_1$; $\beta(t) = (\widehat{x_1, x_2}) = (\widehat{z_1, z_2})$



Dessin 1: schéma de principe

3 Cinématique (4 pts)

- Décrire le mouvement de $I \in 2$ dans son mouvement par rapport au référentiel $(O_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ (noter qu'il s'agit du référentiel lié au centre d'inertie de la grume, O_2 , mais dont l'orientation reste fixe relativement à R_1).
- Exprimer en fonction des paramètres la vitesse du point $I \in 2$ dans son mouvement par rapport à $(O_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
- Exprimer en fonction des paramètres l'accélération du point $I \in 2$ dans son mouvement par rapport à $(O_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
- Calculer par dérivation la vitesse de O_2 dans son mouvement par rapport à $R_1: (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
- En utilisant le champ des vecteurs vitesses, en déduire $\vec{V}(I \in 2 / R_1)$
- En utilisant la condition de roulement sans glissement en I , en déduire l'équation liant $\beta(t)$ et $x(t)$.
- Calculer l'accélération de O_2 dans son mouvement par rapport à $R_1: (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

8. Géométrie des masses (1,5 pts)

- Une grume « 2 » est assimilée à un cylindre de longueur L et de rayon R , de masse volumique ρ , tel que l'axe du cylindre soit colinéaire à l'axe $\vec{y}_{0,1,2}$ et telle que son centre d'inertie est confondu avec le point O_2
- Quelle est la masse de la grume ?
- La matrice d'inertie de « 2 » $I(O_2, 2)$ est elle particulière ? Si oui, pourquoi ?
- Quelle est sa matrice d'inertie $I(O_2, 2)$? Dans quelle base pouvez vous la calculer et pourquoi ?

13. Cinétique (4 pts)

- Calculer le moment cinétique de la grume « 2 » dans son mouvement par rapport à R_1 $\vec{\sigma}_{/O_2}(2/R_1)$, en projection dans la base « 1 »
- Calculer le torseur cinétique du solide « 2 » dans son mouvement par rapport à R_1 , réduit au point O_2 en projection dans la base « 1 » $\{C(2/R_1)\}$
- Calculer le moment dynamique de la grume « 2 » dans son mouvement par rapport à R_1 $\vec{\delta}_{/O_2}(2/R_1)$, en projection dans la base « 1 »
- Calculer le torseur dynamique du solide « 2 » dans son mouvement par rapport à R_1 , réduit au point O_2 en projection dans la base « 1 » $\{D(2/R_1)\}$
- Déplacer ce torseur au point I . L'exprimer en fonction de $x(t)$ et de ses dérivées en remplaçant $\beta(t)$ par sa valeur à l'aide du résultat de la question 6.

4 Dynamique (6,5)

- Justifier le caractère plan du problème étudié

20. Décrire l'action mécanique exercée par la goulotte sur la grume au point I, cette action permettant de respecter la condition de roulement sans glissement. Vous le ferez sous la forme d'un torseur réduit au point I en projection dans la base « 1 »
21. Isoler la grume et faire le bilan des action(s) mécanique(s) extérieure(s). Les décrire par sous forme de torseur(s) d'action(s) mécanique(s) réduit(s) en I et projeté(s) dans la base « 1 »
22. Écrire alors le principe fondamental de la dynamique appliqué à la grume dans son mouvement par rapport à R_1 , sous forme d'un système d'équations algébriques en projection dans la base « 1 », centre des moments en I
23. En remplaçant, si ce n'est déjà fait, la valeur de $\beta(t)$ et de ses dérivées par sa valeur en fonction de $x(t)$ et de ses dérivées, et les termes d'inertie par leurs valeurs calculées en question 12, écrire l'équation différentielle du mouvement à partir de la somme des moments.
24. En intégrant deux fois cette équation différentielle, trouver le temps mis pour parcourir la distance d . En déduire la vitesse atteinte par la grume au point A.

5 Application numérique

Application numérique : $d=6m$, $g=10m \cdot s^{-2}$, $R=250mm$, $L=12m$, $\rho=600kg \cdot m^{-3}$, $\alpha=10^\circ$

25. Calculer m ?
26. Calculer $I(O_2,2)$?
27. Calculer t
28. Calculer la vitesse de la grume au point A

6 Équilibrage (6 pts)

Pour fabriquer l'une des pièces du motoréducteur MT0 on souhaite utiliser un tour à commande numérique avec une vitesse de rotation relativement élevée.

La pièce n'étant pas parfaitement symétrique des vibrations se produisent lors de l'usinage

La pièce dans son état en fin de phase de tournage est représentée au dos de ce document, ses caractéristiques de masses sont données ainsi que son implantation sur le mandrin.

Le mandrin comporte des trous taraudés M8 débouchant sur un diamètre 160 mm permettant de fixer les masselottes.

On choisit d'équilibrer le montage à l'aide de deux masselottes cylindriques de longueur 40 mm fixées dans les trous taraudés de part et d'autre du plateau.

Leur centre de gravité respectif sera donc en $y=80$ mm pour l'une et en $y=-80$ mm pour l'autre, en $z=-20$ mm pour l'une et en $z=40$ mm pour l'autre. Les deux masselottes seront en acier de masse volumique $7800 kg/m^3$

On précise que le mandrin et la pièce tournent autour de l'axe Z.

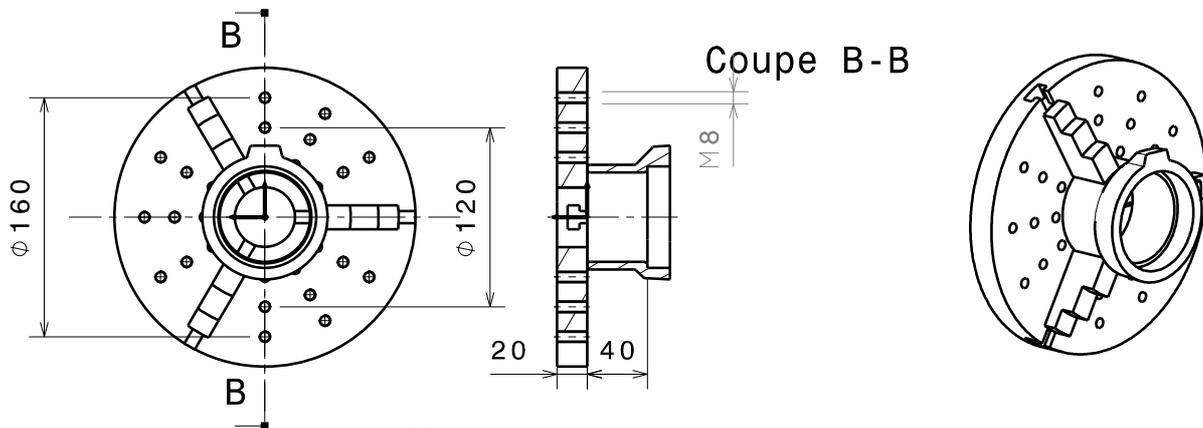
29. A partir des données de la page suivante, écrire la matrice d'inertie de la pièce au point O dans le repère lié à la pièce : $I(O,S)$
30. Expliquer pourquoi certains termes sont nuls
31. On appelle m la masse de la pièce, (x_G, y_G, z_G) les coordonnées de son centre d'inertie, m_1 la masse de la première masselotte et m_2 la masse de la seconde, (x_{G1}, y_{G1}, z_{G1}) les coordonnées du centre d'inertie de la première et (x_{G2}, y_{G2}, z_{G2}) celles de la seconde. Travailler dans un premier temps de manière littérale
32. Pourquoi peut on dire que x_{G1} et x_{G2} peuvent être pris égaux à 0 ?
33. Écrire la condition d'équilibrage statique de l'ensemble pièce + masselottes pour la rotation autour de $O\vec{z}$.
34. Quels sont les produits d'inertie à annuler pour ne pas avoir d'effet dynamique dans la rotation autour de $O\vec{z}$?
35. Écrire la condition d'équilibrage dynamique pour l'ensemble pièce + masselottes pour obtenir cet équilibrage dynamique
36. Application numérique : En utilisant les données du problème, trouver les valeurs des masses m_1 et m_2 des masselottes permettant d'obtenir l'équilibrage dynamique
37. Calculer alors les diamètres d_1 et d_2 que doivent avoir les deux masselottes
38. Esquisser les masselottes sur la coupe **A-A sur le document réponse en dernière page**
39. **Indiquer vos nom et prénom dans le cartouche SVP**

D

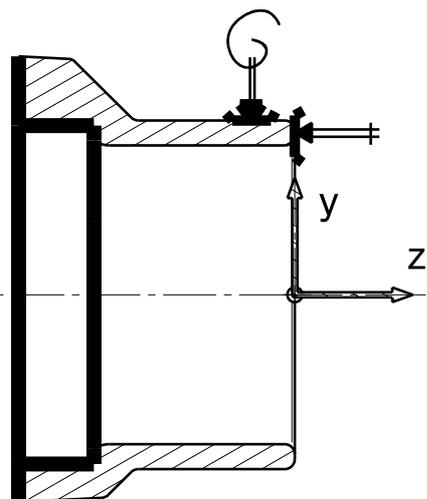
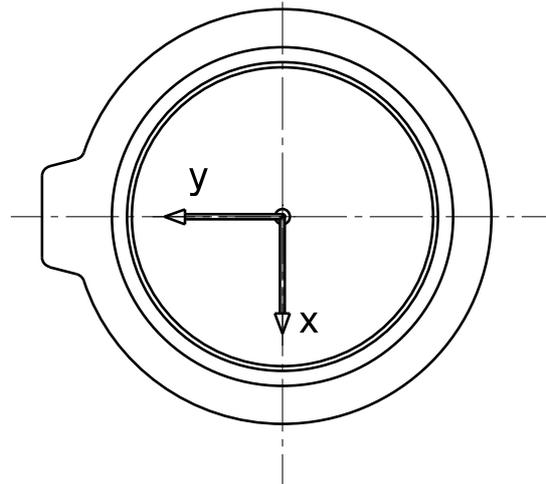
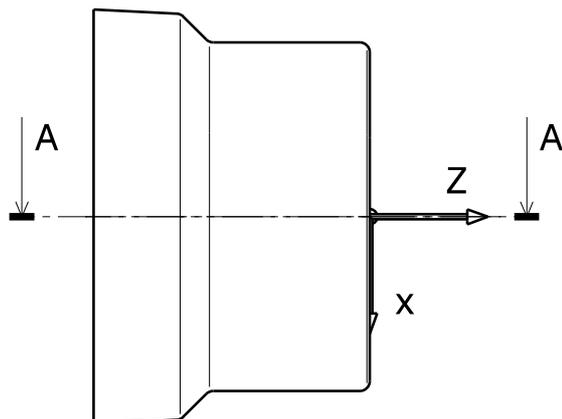
C

B

A



Mise en position sur le montage



Coupe A-A

Masse	0,584	kg
XG	0	mm
YG	1.134	mm
ZG	-31.845	mm
I0x=A	1.113E-3	kg.m ²
I0y=B	1,085E-3	kg.m ²
I0z=C	7,257E-4	kg.m ²
P0xy=-F	0	kg.m ²
P0xz=-E	0	kg.m ²
P0yz=-D	3,18E-5	kg.m ²

Les surfaces usinées et les surfaces d'appui sont spécifiées sur la coupe A-A

Dessiné par

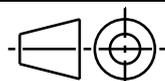
Groupe

CHECKED BY:

DATE:

SIZE

A4



SCALE

2:3

WEIGHT (kg)

0,48

DRAWING NUMBER

support de poulie

SHEET

1/1

I

-

H

-

G

-

F

-

E

-

D

-

C

-

B

-

A

-

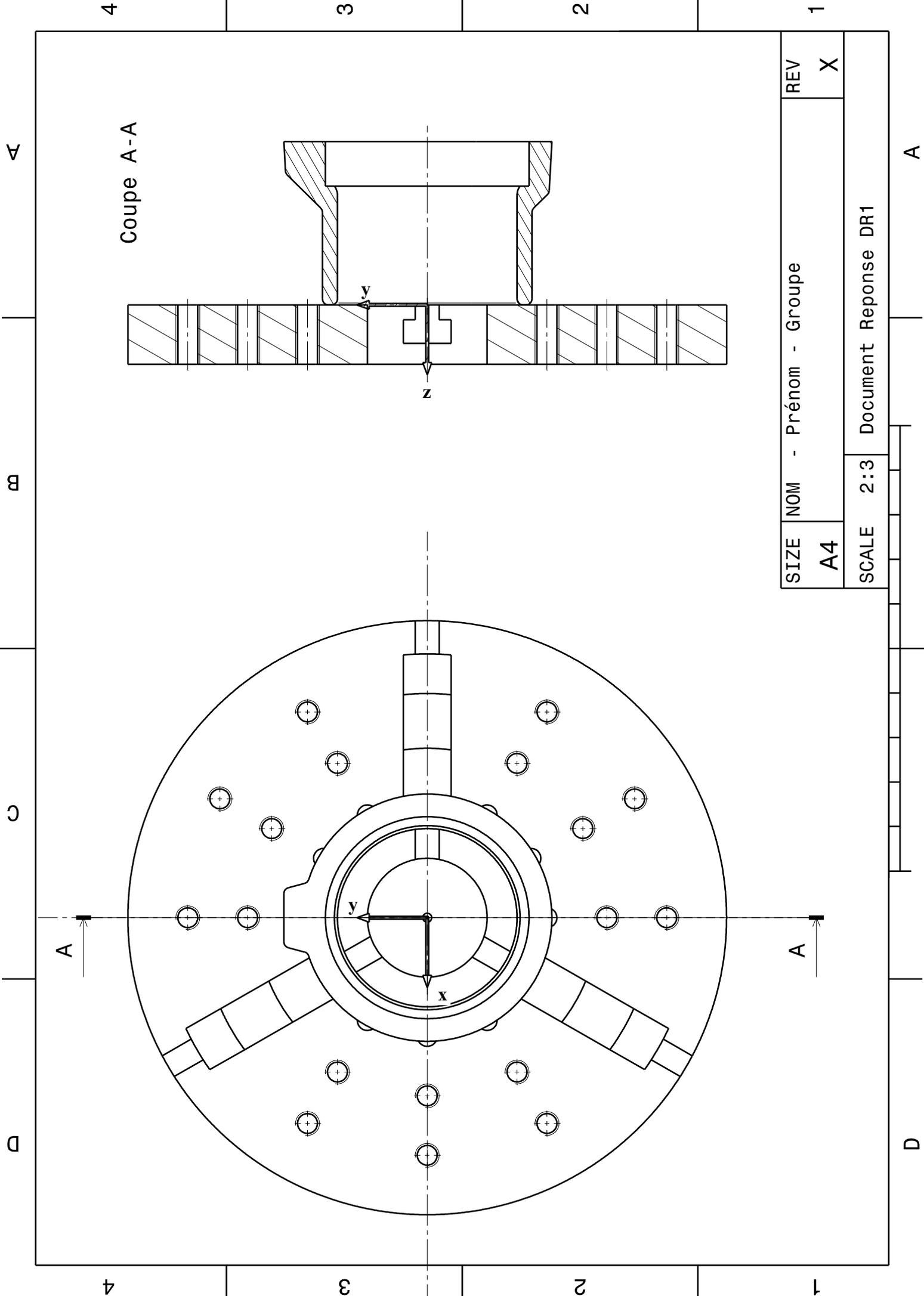
Phase 100

Tournage

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A



4

3

2

1

4

3

2

1

Coupe A-A

SIZE NOM - Prénom - Groupe

REV X

SCALE 2:3 Document Reponse DR1

A

D